

Claud Biemans

Frontlinie Communicatie

Amsterdam

c.biemans@frontlinie.nl

**Interview** Fieldsmedaillewinnaar Manjul Bhargava

# "Mijn enthousiasme heeft niets te maken met wiskunde op school"

Twee van de vier kersverse Fieldsmedaillewinnaars waren in september 2014 aanwezig op het Heidelberg Laureate Forum in Duitsland, Martin Hairer en Manjul Bhargava. De laatste is in Nederland geen onbekende. Als promovendus leerde hij de Spinozaprijswinnaar Hendrik Lenstra kennen die toen in de Verenigde Staten werkte, ze deelden de passie voor zuivere wiskunde. Toen Lenstra in 2003 naar Leiden vertrok, bezocht Bhargava hem zeer regelmatig in het Mathematisch Instituut. In 2006 kreeg Bhargava de Stieltjes Leerstoel in Leiden, en sinds 2010 is hij daar hoogleraar analytische algebraïsche getaltheorie. In Heidelberg gaf hij niet alleen een zeer toegankelijke lezing over het werk waarvoor hij de Fieldsmedaille kreeg, hij greep ook elke gelegenheid aan om te vertellen over de pracht en de kracht van zijn vak. Wetenschapsjournalist Claud Biemans tekende zijn verhaal op.

Manjul werd geboren in Canada, als zoon van Indiase immigranten. Niet lang na zijn geboorte verhuisde de familie naar New York. Als kind was hij al gefascineerd door wiskunde. Misschien is dat niet verwonderlijk, want zijn grootste inspiratiebron is zijn moeder en zij is wiskundelerares. Wanneer hij een vraag had was zij altijd in de buurt met een antwoord. Maar vaak genoeg wist zij het ook niet. Dan stimuleerde ze hem om zelf het probleem op te lossen. "Mijn moeder heeft nooit druk op me uitgeoefend om de wiskundekant op te gaan. Maar haar aanmoediging was erg belangrijk voor mij, ze motiveerde me om door te zetten."

Toen Manjul acht was loste hij zijn eerste probleem zelf op. "Ik vond het leuk om piramides te bouwen met sinaasappels. Dan vroeg ik me af hoeveel vruchten ik nodig had om een piramide te bouwen met vijf sinaasappels aan elke zijkant. En de volgende vraag was hoeveel ik er nodig had voor een piramide met  $n$  sinaasappels aan de zijkant. Mijn moeder zei: "Ik weet het niet, probeer het zelf maar uit te vinden." Na een paar maanden vond ik het antwoord:  $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)/6$ . Dat moment vergeet ik nooit! Ik vond de

voorspellende kracht van de wiskunde fantastisch. En mocht ik de formules vergeten, dan kon ik die ter plekke opnieuw afleiden."

## Ritmepatronen

Bhargava komt uit een muzikale familie. "We maken vaak samen muziek, iedereen bespeelt een instrument of zingt. Mijn moeder speelt tabla (een traditioneel Indiaas percussie-instrument) en ik doe dat zelf ook. Wiskunde en muziek zijn mijn twee passies. En ik kan ze niet los zien van elkaar. Het is een feit dat een groot aantal wiskundigen dol is op muziek. Andersom geldt dat niet. Maar wiskundigen houden ervan om bezig te zijn met mooie patronen en dat doen muzikanten ook. Er zijn ook diepere verbanden. Het spelen van tabla gebeurt op een improviserende manier. We oefenen veel om op het juiste moment het juiste ritme te kunnen slaan. We nemen dan bepaalde ritmepatronen van verschillende lengte en die proberen we binnen een aantal maten te passen. Je wilt dan weten op hoeveel verschillende manieren je dat kunt doen. Op een wiskundige manier kun je het hele repertoire begrijpen. Live op het po-

dium kun je dan kiezen voor een geschikt ritmepatroon."

"Het simpelste voorbeeld is een ritmepatroon met een korte slag van één tel en een lange slag van twee tellen. Wat zijn alle mogelijke composities van korte en lange slagen met een lengte van in totaal acht tellen? Of in het algemeen: hoe kun je  $n$  tellen opvullen met korte en lange slagen? Muzikanten hebben dit beschreven honderden jaren voor Fibonacci. Als je de oude literatuur leest over muziek en poëzie dan kom je de Fibonaccireeks regelmatig tegen. Zelfs Indiase wiskundigen weten dit vaak niet, maar deze theorie is afkomstig van kunstenaars."

*"Wiskunde en muziek zijn mijn twee passies. En ik kan ze niet los zien van elkaar."*

Via zijn grootvader, hoogleraar Sanskriet aan de universiteit van Rajasthan in India, kwam hij in aanraking met oude Indiase teksten. Hij las een boek van de wiskundige en astronoom Brahmagupta uit het jaar 628. Daarin stond het bewijs dat het product van twee getallen van de vorm  $a^2 + nb^2$  zelf een getal is van die vorm. In andere woorden: de gelijkheid van Brahmagupta laat zien dat de getallen van de vorm  $a^2 + nb^2$  een gesloten verzameling vormen onder vermenigvuldiging. "Dat was mijn eerste kennismaking met getaltheorie. Toen ik dat las, vond ik het prachtig."

"Ik begon met het begrijpen van patronen in muziek en dacht erover na op een getaltheoretische manier. De wiskunde van die verdelingen en onderverdelingen wordt snel erg

ingewikkeld. Maar op die leuke manier be-greep ik de theorie snel. Het is een prachtige manier om tegelijk met muziek wiskunde te onderwijzen op lagere en middelbare scholen. In mijn colleges voor beginners laat ik de studenten ritmes oefenen. En als je iets wilt vertellen over dimensies dan kun je over de verschillende aspecten van een muziek-noot spreken: frequentie, amplitude, timbre. Al die coördinaten moet je specificeren als je muziek wilt schrijven. Wiskunde door middel van de kunsten is een fantastisch idee."

### Wiskunde is angstaanjagend

Via muziek en poëzie leerde Bhargava wiskunde waarderen. "Het is boeiend dat helemaal niets waardoor ik enthousiast werd over wiskunde te maken had met de wiskundelessen op de middelbare school. In feite was ik altijd blij als ik die les kon missen. Formules uit je hoofd leren... Ik had dezelfde klachten als iedereen."

Bhargava vindt dat over de hele wereld het wiskundecurriculum verbeterd moet worden. "Wiskunde moet op een veel creatievere manier gegeven worden, als een proces van ontdekken. Nu gaat het vaak op de manier van kijk, hier is een formule, en zo moet je die gebruiken voor dat soort problemen. En dan moet je dingen uit je hoofd leren die behoorlijk gecompliceerd zijn. Dat is angstaanjagend en daardoor word je ontmoedigd. Als je kijkt naar de manier waarop onderzoekers in de wiskunde werken, dan is dat totaal anders. Wiskundigen genieten van hun werk. Die ervaring wordt nooit op studenten overgedragen, het is jammer dat studenten dat pas ontdek-

ken als ze gaan promoveren. Laat de leerlingen geen vermenigvuldigingstabellen uit hun hoofd leren. Laat ze de tabellen zelf uitvinden. Als je die eenmaal zelf hebt ontdekt, dan ont-houd je het vanzelf."

*"Wiskunde moet op een veel creatievere manier gegeven worden."*

"En waarom geniet ik van mijn werk? Ik ontdek manieren om problemen op te lossen. Dat is een creatief proces, een ontdekkings-tocht en op die manier zou wiskunde op scho-len gebracht moeten worden. Je presenteert een probleem aan de leerlingen en vervolgens gaat iedereen bedenken hoe het opgelost kan worden. Dan gaan leerlingen met elkaar over-leggen om te komen tot de optimale creatie-ve manier om erover na te denken. Dan heeft iedereen meer plezier, het is creatief en inter-actief. En helemaal niet beangstigend. Als ik lesgeef in Princeton probeer ik het op deze manier aan te pakken. Mijn studenten reali-seren zich dat wiskunde nieuwe ervaringen brengt, zoals de andere kunsten. Het is heel erg leuk en prachtig bovendien. Ik kan me van mijn eigen schooltijd niet herinneren dat er ooit gesproken werd over de pracht van wis-kunde."

### Goochelkunst

Momenteel geeft Bhargava college over wis-kunde en goochelkunst. "Als kind verslond ik de boeken van Persi Diaconis en Martin Gardner. Persi Diaconis was een rondreizen-de goochelaar. De trucs die hij uitvond waren

op een niet-triviale manier op wiskunde geba-seerd. Toen hij al achter in de twintig was, wil-de hij wiskunde gaan studeren. Martin Gard-ner, een bekende auteur over wiskunde en goochelarij, schreef voor hem aan Harvard een aanbevelingsbrief, die beroemd gewor-den is: "Persi Diaconis heeft drie van de tien bekendste trucs met kaarten uitgevonden in de afgelopen tien jaar. Jullie moeten hem aan-nemen." En Harvard ging akkoord. Een paar jaar later werd Diaconis benoemd tot hoogle-raar aan Harvard. Hij was mijn begeleider toen ik daar mijn bachelor deed. Dus ik leerde veel over de verbanden tussen goochelkunst en wiskunde. Ik oefende veel op de praktische kant, de handbewegingen, soms hele dagen. Nu geef ik zelf les aan een groep studenten. Ik krijg honderden aanmeldingen voor dit colle-ge. Ik vind het prettig om les te geven aan een mix van wiskundigen en niet-wiskundigen. De wiskundigen pikken de theorie achter de goocheltrucs snel op, maar op een of ande-re manier blinken ze zelden uit in de ande-re aspecten, zoals de presentatie, waar de anderen weer goed in zijn. Dus met een gemengde groep kunnen de studenten van elkaar leren."

### Outreach

Als wiskundige voelt Bhargava zich geleid door schoonheid, door wat spannend is en veelbelovend. "Ik ben wel blij dat ik in een vakgebied werk dat behoorlijk transparant is voor andere wiskundigen. Mijn artikelen probeer ik ook zodanig te schrijven dat ze niet alleen voor getaltheoretici toegankelijk zijn. Ik denk dat het mogelijk is om alles uit te leg-gen. Op zijn minst kun je een globaal idee ge-ven over het onderwerp. Vaak heeft het geen prioriteit, maar ik vind dat we ons werk toch tenminste aan de andere wiskundigen zou-den moeten uitleggen en zelfs aan het gro-te publiek. Wiskundigen zouden niet alleen aan hun eigen onderwerp moeten werken, maar ook oefenen op het uitleggen aan niet-vakgenoten. Helaas wordt je vakmatig alleen op je onderzoek afgerekend. Outreach is vrij-willigerswerk, het telt niet mee voor je promo-tie. In Princeton werd er tot voor kort alleen gekeken naar je spraakmakende onderzoek, zelfs de manier waarop je onderwijs gaf deed er niet toe." Hij lacht. "Er is inmiddels wel iets aan het veranderen, dat is goed voor het al-gemene publiek maar ook goed voor ons, de wiskundigen zelf." ←

De lezing die Manjul Bhargava gaf in Heidelberg is te zien via het videoarchief van heidelberg-laureate-forum.org.



Foto: ©Heidelberg Laureate Forum Foundation / J. Kropp - All rights reserved 2014

Manjul Bhargava demonstreert goocheltrucs aan jonge onderzoekers tijdens het Heidelberg Laureate Forum 2014